Clasa	a **XI-a**	

Concursul de matematică "Marcel Roşculeţ"
Ediţia a XIII-a, 16 mai 2026

Partea I Subiectele 1-15 au un singur răspuns corect.
În tabelul primit se marchează cu X răspunsul considerat corect şi cu — celelalte răspunsuri.

Subiectul 1. Suma soluţiilor reale ale ecuaţiei $6^x + 6^{2-x} - 37 = 0$ este :
a) 0; **b)** 36; **c)** 37; **d)** 2; **e)** -36; **f)** -37.

Subiectul 2. Pentru câte valori $x \in \mathbb{Z}$ există combinările C_{2026}^{k}, unde $k = x^2 - 1011x$?
a) 6; **b)** 1011; **c)** 3; **d)** 1012; **e)** 4; **f)** o infinitate.

Subiectul 3. Fie x_1 şi x_2 soluţiile reale ale ecuaţiei $x^2 + 2x + m = 0$, unde $m \in \mathbb{R}$. Determinaţi mulţimea valorilor parametrului m pentru care $0 < |x_1 - x_2| \leq 1$.
a) $\left[\frac{3}{4}, \infty\right)$; **b)** $\{1\}$; **c)** $\left[\frac{3}{4}, 1\right)$; **d)** $\left\{\frac{3}{4}, 1\right\}$; **e)** $\left\{\frac{3}{4}\right\}$; **f)** $\left[\frac{3}{4}, 1\right]$.

Subiectul 4. Fie $m = \min\{a, b\}$ şi $M = \max\{a, b\}$, unde a şi b sunt numere reale pozitive astfel încât $a^2 = 2$ şi $b^6 = 11$. Câte elemente are mulţimea $A = \{x \in \mathbb{Z} | m \leq \sqrt[3]{x} \leq M\}$?
a) A este vidă; **b)** două; **c)** o infinitate; **d)** patru; **e)** trei; **f)** unul.

Subiectul 5. Câte puncte de extrem local are funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definită prin $f(x) = x^{2026}(x^2 - 4)(x^2 - 1)$, $\forall x \in \mathbb{R}$?
a) 3; **b)** 5; **c)** 2029; **d)** 4; **e)** 2026; **f)** 1.

Subiectul 6. Dacă $\dfrac{x^2 + a}{x^2 + b} \leq \dfrac{1 + a}{1 + b}$, $\forall x \in \mathbb{R}$, unde $a > 0$, $b > 0$, atunci $b - a$ este :
a) 1; **b)** 3; **c)** 2; **d)** 0; **e)** 4; **f)** 9.

Subiectul 7. Mulţimea $M \subset \mathbb{R}$, a soluţiilor inecuaţiei $\sqrt{\left|\dfrac{x+1}{x}\right|} \leq 1$ este :
a) $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right]$; **b)** $(0, \infty)$; **c)** $(-\infty, 0)$; **d)** $\left(-\infty, -\frac{1}{4}\right]$; **e)** $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$; **f)** $\left[-\frac{1}{2}, 0\right)$.

Subiectul 8. Determinaţi mulţimea valorilor parametrului real m pentru care sistemul
$$\begin{cases} mx + y + z &= 1 \\ x + my + z &= m + 1 \\ x + y + mz &= (m+2)^2 \end{cases}$$ este compatibil.
a) $\{0\}$; **b)** $\mathbb{R}\backslash\{1\}$; **c)** $\mathbb{R}\backslash\{1, -2\}$; **d)** $\{2, 3\}$; **e)** $\mathbb{R}\backslash\{1, 2\}$; **f)** $\{1, -2\}$.

Subiectul 9. Aflaţi mulţimea valorilor lui $x \in \mathbb{R}$ care verifică $\log_2 \dfrac{2x^2 + x}{x^2 + 2} > 0$..
a) $(2, \infty)$; **b)** $(-2, 1)$; **c)** $(-\infty, -1) \cup (2, \infty)$; **d)** $(-\infty, -2)$; **e)** $(-2, \infty)$; **f)** $(-\infty, -2) \cup (1, \infty)$.

Subiectul 10. Fie $f : [0, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{3600x}{(x+2)^2}$. Calculaţi valoarea maximă a funcţiei f.
a) 450; **b)** 900; **c)** 3600; **d)** 225; **e)** 1800; **f)** 2.

Subiectul 11. Pentru ce valori ale parametrului $m \in \mathbb{R}$ dreapta de ecuaţie $y = m$ este tangentă parabolei $y = -x^2 + 2x - 1$?
a) $m = -2$; **b)** $m = 1$; **c)** $m = -1$; **d)** $m = 2$; **e)** $m = 0$; **f)** $m \in \{-1, 1\}$.

Subiectul 12. Fie funcţiile $\operatorname{sgn} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} -1, & \text{dacă } x < 0 \\ 0, & \text{dacă } x = 0 \\ 1, & \text{dacă } x > 0 \end{cases}$ şi $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,
$f(x) = ((3x+1)^5 - 2^{ax}) \operatorname{sgn}(x)$, unde $a \in \mathbb{R}$ este parametru.
Valoarea parametrului a pentru care funcţia f este derivabilă pe $\mathbb{R}$ este
a) $a = 5\ln 2$; **b)** oricare $a \in \mathbb{R}$; **c)** $a = 15\ln 2$; **d)** $a = 3\ln 3$; **e)** nu există $a \in \mathbb{R}$; **f)** $a = \frac{15}{\ln 2}$.

Subiectul 13 Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Calculaţi A^6.
a) $\begin{pmatrix} 1 & 6 & 18 \\ 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; **b)** A; **c)** $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 18 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; **d)** $\begin{pmatrix} 1 & 6 & 27 \\ 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; **e)** A^2; **f)** $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 20 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Subiectul 14 Calculaţi $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{x^2+x} - \sqrt{x^2-3}\right)$.
a) 1; **b)** $\frac{1}{2}$; **c)** ∞; **d)** $\frac{1}{3}$; **e)** 0; **f)** 3.

Subiectul 15 Calculaţi $x^2+y^2+z^2$ pentru (x, y, z) soluţie a sistemului $\begin{cases} -x + y - z &= 0 \\ 5x + 5y &= 10 \\ 5y + 10z &= 30 \end{cases}$.
a) 2; **b)** 18; **c)** 8; **d)** 16; **e)** 9; **f)** 4.

Partea a II-a Participanţii de clasa a XI-a redactează soluţia subiectulului 16.

Subiectul 16. Se consideră funcţia $g : [0, 1] \to [0, \mathrm{e}]$, $g(x) = x\mathrm{e}^x$, $\forall x \in [0, 1]$, şi funcţia $f : [0, \mathrm{e}] \to \mathbb{R}$ care verifică relaţia $x = f(x)\mathrm{e}^{f(x)}$, $\forall x \in [0, \mathrm{e}]$.
a) Calculaţi $g(0)$ şi $g(1)$. Arătaţi că $g(x) \geq x$, $\forall x \in [0, 1]$. Studiaţi monotonia funcţiei g.
b) Arătaţi că $0 \leq f(x) \leq x$, $\forall x \in [0, \mathrm{e}]$. Studiaţi monotonia funcţiei f. Deduceţi $f(0)$ şi $f(\mathrm{e})$.
c) Arătaţi că $f(x\mathrm{e}^x) = f(x)\mathrm{e}^{f(x)}$, $\forall x \in [0, 1]$.